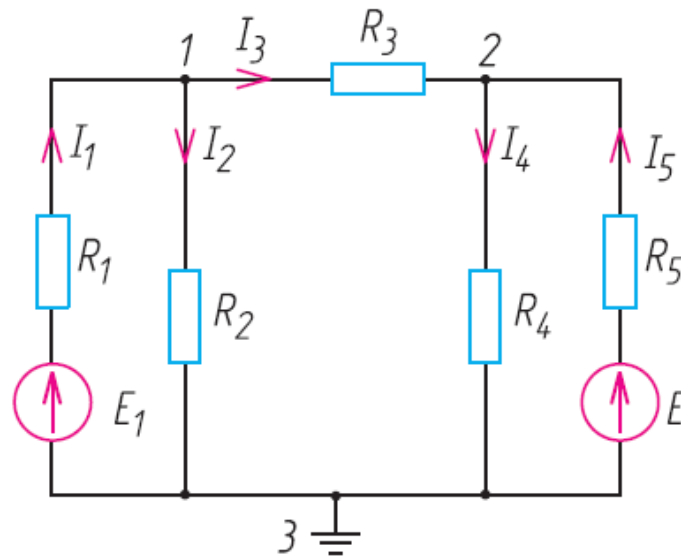


Lekcja 51,52

Temat: Metoda potencjałów węzłowych



Najpierw ustalamy liczbę węzłów w obwodzie: mamy trzy węzły. Ze względu na to, że w każdym obwodzie elektrycznym można jeden węzeł uziemić, nadając mu w ten sposób potencjał równy zero, uziemimy węzeł 3.

Oznaczamy zwroty prądów w gałęziach, odpowiednio I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 .

Na podstawie pierwszego prawa Kirchhoffa napiszemy dla węzłów 1 i 2 następujące równania:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_3 \\ I_4 &= I_3 + I_5 \end{aligned} \right\}$$

Korzystając z prawa Ohma w postaci dla gałęzi zawierającej rezystancję oraz w postaci dla gałęzi zawierającej źródła napięcia, wyrazimy prądy gałęziowe w zależności od napięć źródłowych, konduktancji gałęzi oraz potencjałów węzłów:

$$I_1 = G_1(E_1 + U_{31}) = G_1(E_1 + V_3 - V_1) = G_1(E_1 - V_1)$$

$$I_2 = G_2 U_{13} = G_2(V_1 - V_3) = G_2 V_1$$

$$I_3 = G_3 U_{12} = G_3(V_1 - V_2)$$

$$I_4 = G_4 U_{23} = G_4(V_2 - V_3) = G_4 V_2$$

$$I_5 = G_5(E_5 + U_{32}) = G_5(E_5 + V_3 - V_2) = G_5(E_5 - V_2)$$

przy czym: $G_1 = \frac{1}{R_1},$

$$G_2 = \frac{1}{R_2},$$

$$G_3 = \frac{1}{R_3},$$

$$G_4 = \frac{1}{R_4},$$

$$G_5 = \frac{1}{R_5};$$

V_1, V_2, V_3 – potencjały odpowiednio węzłów 1, 2, 3; zgodnie z założeniem $V_3 = 0$.

Napięcia między poszczególnymi parami węzłów wyraziliśmy jako różnicę potencjałów, uwzględniając ściśle kolejność wskaźników, zgodnie z zasadą, że:

$$U_{12} = V_1 - V_2.$$

Podstawimy teraz prądy wyrażone równaniami do układu równań i otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} G_1(E_1 - V_1) &= G_2V_1 + G_3(V_1 - V_2) \\ G_4V_2 &= G_3(V_1 - V_2) + G_5(E_5 - V_2) \end{aligned} \right\}$$

Po odpowiednim uporządkowaniu składników wchodzących do równań otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} G_1 E_1 &= (G_1 + G_2 + G_3)V_1 - G_3 V_2 \\ G_5 E_5 &= -G_3 V_1 + (G_3 + G_4 + G_5)V_2 \end{aligned} \right\}$$

W budowie równań występuje prawidłowość pozwalająca napisać je w postaci:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_1 GE &= G_{11} V_1 + G_{12} V_2 \\ \Sigma_2 GE &= G_{21} V_1 + G_{22} V_2 \end{aligned} \right\}$$

Z porównania układu równań wynika, że przyjęliśmy następujące oznaczenia:

$$\Sigma_1 GE = G_1 E_1$$

$$\Sigma_2 GE = G_5 E_5$$

$$G_{11} = G_1 + G_2 + G_3$$

$$G_{22} = G_3 + G_4 + G_5$$

$$G_{12} = G_{21} = -G_3$$

Suma iloczynów konduktancji gałęzi oraz napięcia źródłowego gałęzi typu ΣGE przedstawia wypadkowy prąd źródłowy zasilający odpowiedni węzeł. Iloczyn GE ma znak plus, jeżeli napięcie źródłowe ma zwrot do węzła, i znak minus, jeżeli napięcie źródłowe ma zwrot przeciwny. W rozpatrywanym przykładzie do węzła 1 jest skierowane tylko jedno źródło, iloczyn G_1E_1 jest dodatni, gdyż napięcie źródłowe E_1 jest zwrócone do węzła. Podobnie do węzła 2 jest zwrócone napięcie źródłowe E_5 i dlatego iloczyn G_5E_5 w drugim równaniu też ma znak plus.

Konduktancje o dwóch jednakowych wskaźnikach, występujące w równaniach, nazywamy **konduktancjami własnymi węzła**.

Konduktancja własna węzła jest równa sumie konduktancji gałęzi zbiegających się w węźle. Konduktancje własne mają zawsze znak plus.

Konduktancje o różnych wskaźnikach, występujące w równaniu, nazywamy **konduktancjami wzajemnymi węzłów**.

Konduktancja wzajemna węzła 1 z węzłem 2, oznaczona $G_{12} = G_{21}$, jest równa sumie konduktancji wszystkich gałęzi łączących bezpośrednio węzeł 1 i 2.

W rozpatrywanym przykładzie węzły 1 i 2 są połączone bezpośrednio tylko jedną gałęzią o konduktancji G_3 .

Niezależnie od wyboru zwrotów prądów gałęziowych konduktancje wzajemne mają zawsze znak minus.

W metodzie potencjałów węzłowych podstawowe znaczenie mają równania, na podstawie których wyznaczamy potencjały węzłów.

Tok postępowania podczas obliczania prądów gałęziowych metodą potencjałów węzłowych jest następujący:

- 1) dla danego obwodu oznaczamy zwroty prądów gałęziowych;
- 2) oznaczamy węzły przez $1, 2, \dots$, przy czym jeden dowolny węzeł uziemiamy, ustalając jego potencjał jako zerowy;
- 3) zgodnie z podaną zasadą zestawiamy iloczyny typu GE i dla każdego węzła obliczamy ΣGE ;
- 4) zgodnie z podaną definicją wyznaczamy konduktancje własne i wzajemne węzłów;
- 5) piszemy równania;

- 6) z układu równań obliczamy potencjały węzłów;
- 7) mając obliczone potencjały węzłów, obliczamy prądy gałęziowe;
- 8) sprawdzamy bilans prądów dla każdego węzła.

Jeśli zadanie jest prawidłowo rozwiązane, to zgodnie z pierwszym prawem Kirchhoffa suma prądów dopływających do węzła jest równa sumie prądów odpływających od węzła.