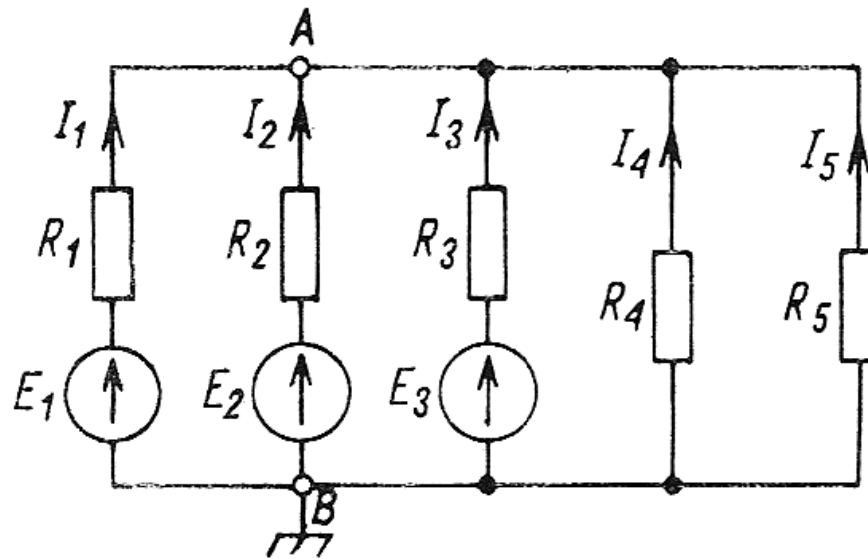


Lekcja 53,54

Temat: Zastosowanie metody potencjałów węzłowych w zadaniach.

Zadanie 1.

Obliczyć prądy we wszystkich gałęziach obwodu przedstawionego na rys. 7.3.1, stosując metodę potencjałów węzłowych. Parametry elementów obwodu wynoszą odpowiednio: $E_1 = 5\text{ V}$; $E_2 = 10\text{ V}$; $E_3 = 5\text{ V}$; $R_1 = R_5 = 10\ \Omega$; $R_2 = R_4 = 20\ \Omega$; $R_3 = 5\ \Omega$.



Rozwiązanie

W układzie są dwa węzły A i B . Przyjmijmy potencjał węzła B

$$V_B = 0,$$

wówczas

$$U_{AB} = V_A - V_B = V_A.$$

Oznaczamy prądy w gałęziach jak na rys. i piszemy, zgodnie z prawem Kirchhoffa, bilans prądów w węźle A

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 0$$

przy czym:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{AB}}{R_1} = (E_1 - V_A) G_1, \quad G_1 = \frac{1}{R_1};$$

$$I_2 = (E_2 - V_A) G_2, \quad G_2 = \frac{1}{R_2};$$

$$I_3 = (E_3 - V_A) G_3, \quad G_3 = \frac{1}{R_3};$$

$$I_4 = (0 - V_A) G_4 = -V_A G_4, \quad G_4 = \frac{1}{R_4};$$

$$I_5 = -V_A G_5, \quad G_5 = \frac{1}{R_5}.$$

Po podstawieniu powyższych zależności do równania wyrażającego bilans prądów w węźle, otrzymujemy

$$(E_1 - V_A) G_1 + (E_2 - V_A) G_2 + (E_3 - V_A) G_3 - V_A G_4 - V_A G_5 = 0.$$

Stąd

$$V_A = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2 + E_3 G_3}{G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + G_5} = \frac{5 \cdot 0,1 + 10 \cdot 0,05 + 5 \cdot 0,2}{0,1 + 0,05 + 0,2 + 0,05 + 0,1} = 4 \text{ V}.$$

Prądy w gałęziach obwodu mają następujące wartości:

$$I_1 = (E_1 - V_A) G_1 = (5 - 4) 0,1 = 0,1 \text{ A},$$

$$I_2 = (E_2 - V_A) G_2 = (10 - 4) 0,05 = 0,3 \text{ A},$$

$$I_3 = (E_3 - V_A) G_3 = (5 - 4) 0,2 = 0,2 \text{ A},$$

$$I_4 = V_A G_4 = -4 \cdot 0,05 = -0,2 \text{ A},$$

$$I_5 = -V_A G_5 = -4 \cdot 0,1 = -0,4 \text{ A}.$$

Znak (−) przy prądach I_4 i I_5 oznacza, że prądy te płyną w kierunkach przeciwnych do oznaczonych na rys. 7.3.1.

Można sprawdzić, że

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 0,1 + 0,3 + 0,2 - 0,2 - 0,4 = 0.$$

Zadanie 2.

Stosując metodę potencjałów węzłowych, obliczyć prądy w gałęziach obwodu z zadania 7.2.1.

Rozwiązanie

Przyjmujemy, że potencjał węzła C (rys. 7.2.1)

$$V_C = 0.$$

Potencjały węzłów A i B oznaczamy odpowiednio V_A i V_B .

Wówczas prądy w poszczególnych gałęziach oblicza się następująco:

$$I_1 = (-V_A + E_1)G_1,$$

$$I_2 = V_A G_2,$$

$$I_3 = (V_A - V_B)G_3,$$

$$I_4 = V_B G_4,$$

$$I_5 = (V_B - E_2)G_5,$$

przy czym

$$G_1 = \frac{1}{R_1}, \quad G_2 = \frac{1}{R_2} \quad \text{itd.}$$

Zgodnie z prawem Kirchhoffa bilanse prądów w węzłach A i B

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0,$$

$$I_3 - I_4 - I_5 = 0.$$

Podstawiając zależności określające poszczególne prądy, otrzymujemy

$$-V_A G_1 + E_1 G_1 - V_A G_2 - V_A G_3 + V_B G_3 = 0,$$

$$V_A G_3 - V_B G_3 - V_B G_4 - V_B G_5 + E_2 G_5 = 0.$$

Po zgrupowaniu wyrazów podobnych równania mają postać

$$(G_1 + G_2 + G_3) V_A - G_3 V_B = E_1 G_1,$$

$$-G_3 V_A + (G_3 + G_4 + G_5) V_B = E_2 G_5.$$

Po podstawieniu wartości liczbowych i wykonaniu obliczeń otrzymujemy

$$0,78 V_A - 0,25 V_B = 2,$$

$$-0,25 V_A + 1,75 V_B = 2.$$

Stąd

$$V_A = 3,08 \text{ V},$$

$$V_B = 1,58 \text{ V}.$$

Zatem prądy w poszczególnych gałęziach mają wartości

$$I_1 = (-3,08 + 6) \frac{1}{3} = 0,98 \text{ A},$$

$$I_2 = 3,08 \cdot 0,2 \approx 0,61 \text{ A},$$

$$I_3 = (3,08 - 1,58) 0,25 = 0,37 \text{ A},$$

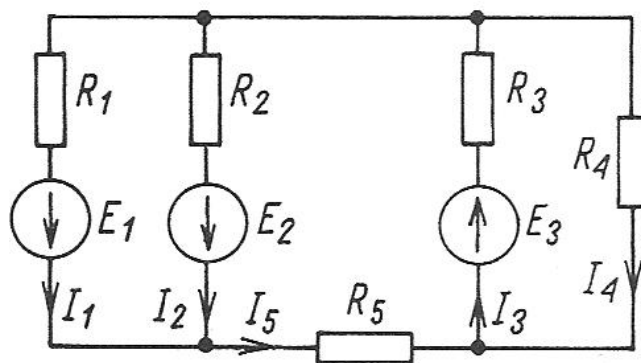
$$I_4 = 1,58 \cdot 0,5 = 0,79 \text{ A},$$

$$I_5 = (1,58 - 2) 1 = -0,41 \text{ A}.$$

Zadanie 3.

Obliczyć prądy we wszystkich gałęziach obwodu przedstawionego na rys. stosując metodę potencjałów węzłowych. Dane są parametry elementów obwodu:

$$E_1 = 24 \text{ V}; \quad E_2 = 12 \text{ V}; \quad E_3 = 24 \text{ V}; \quad R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 4 \Omega.$$



Rys.

Odpowiedź

$$I_1 = 3,37 \text{ A}; \quad I_2 = 0,37 \text{ A}; \quad I_3 = 4,87 \text{ A}; \quad I_4 = 1,12 \text{ A}; \quad I_5 = 3,75 \text{ A}.$$