

Temat: Minimalizacja funkcji logicznych

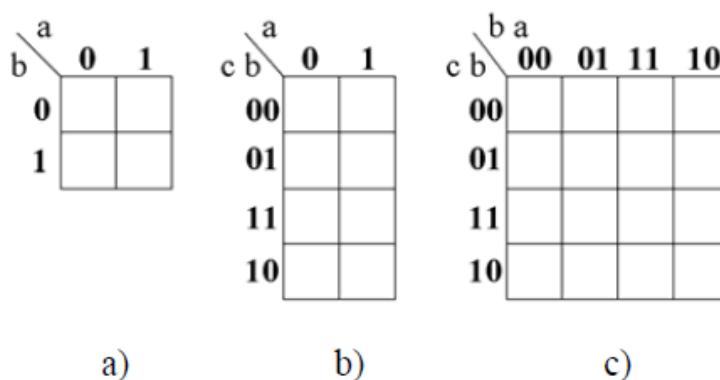
1. **Projektowania układu kombinacyjnego** – polega na zbudowaniu układu zawierającego jak najmniejszą liczbę elementów i połączeń. W tym celu stosuje się minimalizację funkcji opisującej jego działanie.

2. Sposoby minimalizacji funkcji logicznych:

- stosując prawa algebry Boole'a (jest to jednak sposób bardzo pracochłonny i mało efektywny. Istnieją uproszczone sposoby minimalizacji)
- metoda graficzna – tablic Karnaugh (stosuje się ją do minimalizacji funkcji maksymalnie 6 zmiennych).

Wiersze i kolumny tablicy opisane są zmiennymi wejściowymi funkcji zakodowanymi w kodzie Graya.

3. **Tablice Karnaugh** - każde pole tablicy odpowiada jednej kombinacji zmiennych wejściowych i zawiera wartość jaką przyjmuje funkcja dla tej kombinacji.



Rys.12. Tablice Karnaugh a) dwóch zmiennych, b) trzech zmiennych, c) czterech zmiennych.

4. Minimalizacja funkcji metodą tablic Karnaugh przebiega w trzech etapach:

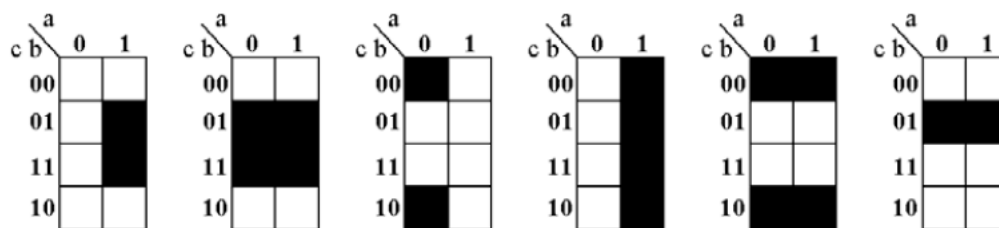
- przygotowanie tablicy dla danej liczby zmiennych i wpisanie w jej pola wartości funkcji, często na tym etapie bardzo pomocna jest tablica prawdy, której wiersze odpowiadają odpowiednio opisanym polom tablicy Karnaugh,
- połączenie w grupy możliwie największych obszarów obejmujących wyłącznie jedynek lub wyłącznie zera logiczne, jeżeli sąsiadujące pola tablicy zawierające te same wartości (0 lub 1) to odpowiadające tym jedynek (zerom) pełne iloczyny (pełne sumy) można skleić – co odpowiada usunięciu litery, która w ramach sklejonej grupy zmienia swoją wartość,
- zapisanie funkcji
 - dla grup jedynek w postaci sumy iloczynów zmiennych wejściowych (jeden iloczyn odpowiada jednej grupie),
 - dla grup zer w postaci iloczynu sum zmiennych wejściowych (jedna suma odpowiada jednej grupie).

5. Zasady zakreślania grup w tablicy Karnaugh:

- liczba pól elementarnych łączonych ze sobą musi być potęgą liczby 2,
- łączone ze sobą pola muszą być polami sąsiadującymi ze sobą, tzn. linią poziomą, pionową lub krawędziami tablicy,
- połączone pola muszą mieć kształt symetryczny względem swych osi (kwadraty, prostokąty),
- dla tablic 5 zmiennych obowiązuje zasada: jeśli zakreślone pola znajdują się w obu połówkach tablicy, to w wyniku złożenia tej tablicy względem osi dzielącej ją na dwie symetryczne części zakreślony obszar powinien się dwukrotnie zmniejszyć i spełniać zasadę określoną w punkcie c,
- jeśli w tablicy znajduje się „-” (funkcja jest nieokreślona), to pola takie można łączyć z jedynekami bądź z zerami.

Grupa 1 ba b $\bar{d} \bar{a}$ a \bar{d} $\bar{c} b$

Grupa 0 $\bar{d} + \bar{a}$ \bar{d} $a + b$ \bar{a} b $c + \bar{d}$



Rys. Przykłady sklejania w tablicy trzech zmiennych.

6. Projektowanie układów kombinacyjnych

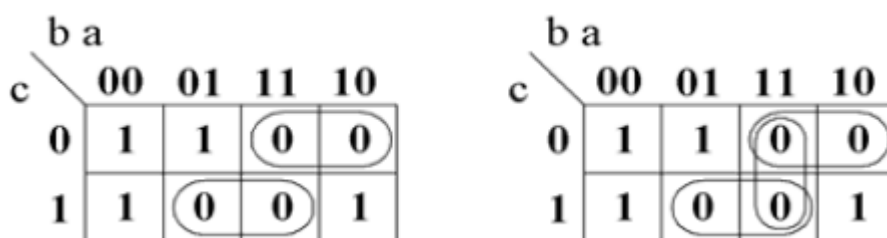
Układ kombinacyjny powinien być projektowany tak, by zawierał jak najmniejszą liczbę elementów i połączeń, co zapewnia większą niezawodność i niskie koszty wykonania. W celu zaprojektowania układu kombinacyjnego należy zrealizować kolejno trzy etapy:

- określić funkcję logiczną rozpatrywanego problemu, może to być postać kanoniczna lub tablicy prawdy,
- zminimalizować określoną funkcję logiczną wykorzystując np. tablice Karnaugh,
- sporządzić schemat połączeń elementów logicznych układu.

7. Zjawiska szkodliwe w układach kombinacyjnych

Układy kombinacyjne posiadają określone właściwości przełączające i transmisyjne, które w stanach przejściowych mogą być przyczyną pojawiania się błędnych stanów na wyjściach. Zjawisko to nosi nazwę hazardu. Hazardy mogą być statyczne, gdy ich źródłem są nieidealne właściwości przełączające układu, lub dynamiczne, gdy ich źródłem są nieidealne właściwości transmisyjne.

Hazard statyczny występuje zawsze wtedy, gdy w tablicy Karnaugh funkcji, którą minimalizujemy, występują sąsiadujące ze sobą grupy. W celu jego wyeliminowania wprowadza się dodatkowe grupy w tablicy Karnaugh, zawierające pola wchodzące w skład sąsiadujących ze sobą grup. Taki zabieg likwiduje jednocześnie hazard dynamiczny.



Rys. Likwidacja zjawiska hazardu statycznego poprzez wprowadzenie dodatkowych grup w tablicy Karnaugh.