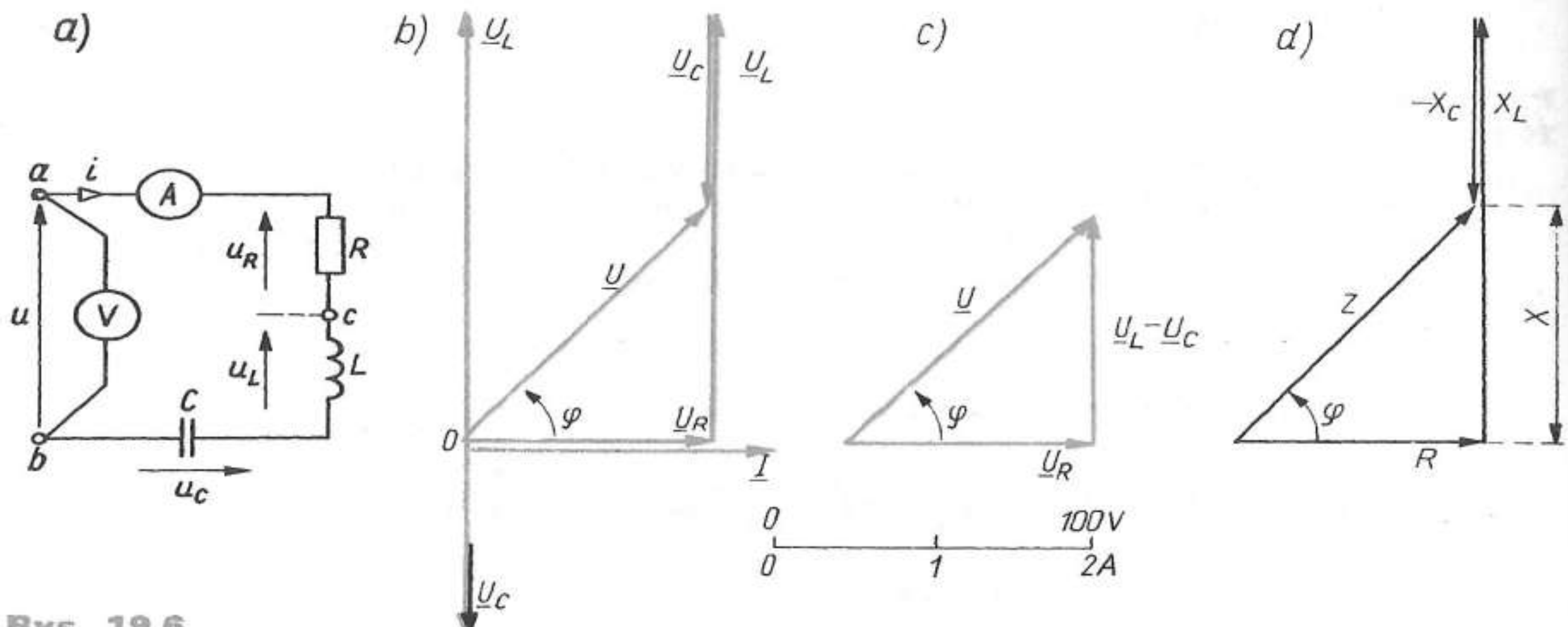
Lekcja 92 Gałąź szeregowa RLC w obwodzie prądu sinusoidalnego.

Napięcie chwilowe u na końcach gałęzi szeregowej RLC jest równe sumie napięć chwilowych

$$u = u_R + u_L + u_C$$

Dodawaniu wartości chwilowych napięć odpowiada dodawanie geometryczne wektorów napięć

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C \qquad (19.21)$$



Rys. 19.6

Przyjmując wektor prądu I w prawej półosi poziomej narysujemy w tym samym kierunku wektor $\underline{U}_R$ napięcia na rezystorze. następnie na osi pionowej w górę wektor $\underline{U}_L$ jako przesunięty w fazie o 90° w przód, a pionowo w dół wektor $\underline{U}_C$ jako przesunięty o 90° wstecz względem prądu (rys. 19.6*b*). Wektory $\underline{U}_L$ i $\underline{U}_C$ są przesunięte względem siebie o 180°.

Sumowanie wektorów wykonujemy w następującej kolejności: do końca wektora $\underline{U}_R$ dodajemy wektor $\underline{U}_L$, a do jego końca wektor $\underline{U}_C$. Łącząc początek układu współrzędnych z końcem wektora $\underline{U}_C$ otrzymujemy wektor napięcia $\underline{U}$. Na podstawie twierdzenia Pitagorasa obliczamy dla trójkąta napięć (rys. 19.6*c*) wartość skuteczną napięcia zasilającego

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \tag{19.22}$$

W celu wyznaczenia wartości skutecznej prądu w gałęzi szeregowej *RLC* zasilanej napięciem sinusoidalnym o danej wartości skutecznej U i częstotliwości f (pulsacji $\omega = 2\pi f$) podstawiamy do równania (19.22) wyrażenia: $U_R = RI$; $U_L = \omega LI$; $U_C = \frac{1}{\omega C} I$

i otrzymujemy

$$U = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\, I = \sqrt{R^2 + X^2}\, I \qquad (19.23)$$

przy czym przez X oznaczono reaktancję wypadkową

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L - X_C \qquad (19.24)$$

Podobnie jak poprzednio dla gałęzi *RL* lub *RC*, wprowadzamy pojęcie impedancji Z układu szeregowego rezystora, cewki indukcyjnej i kondensatora

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad (19,25)$$

Charakter gałęzi szeregowej *RLC*, indukcyjny lub pojemnościowy, zależy od znaku reaktancji X.

Rozważymy tu trzy możliwe przypadki:

I. Reaktancja wypadkowa dodatnia: $X > 0$ lub $X_L > X_C$

Wykres wektorowy dla tego przypadku był podany na rys. 19.6*b* Wobec przewagi reaktancji indukcyjnej gałąź szeregowa *RLC* ma charakter rezystancyjno-indukcyjny. Kąt przesunięcia fazowego φ, mierzony od wektora prądu do wektora napięcia, jest dodatni.

Z pokazanego na rys. 19.6*c* trójkąta impedancji widać, że

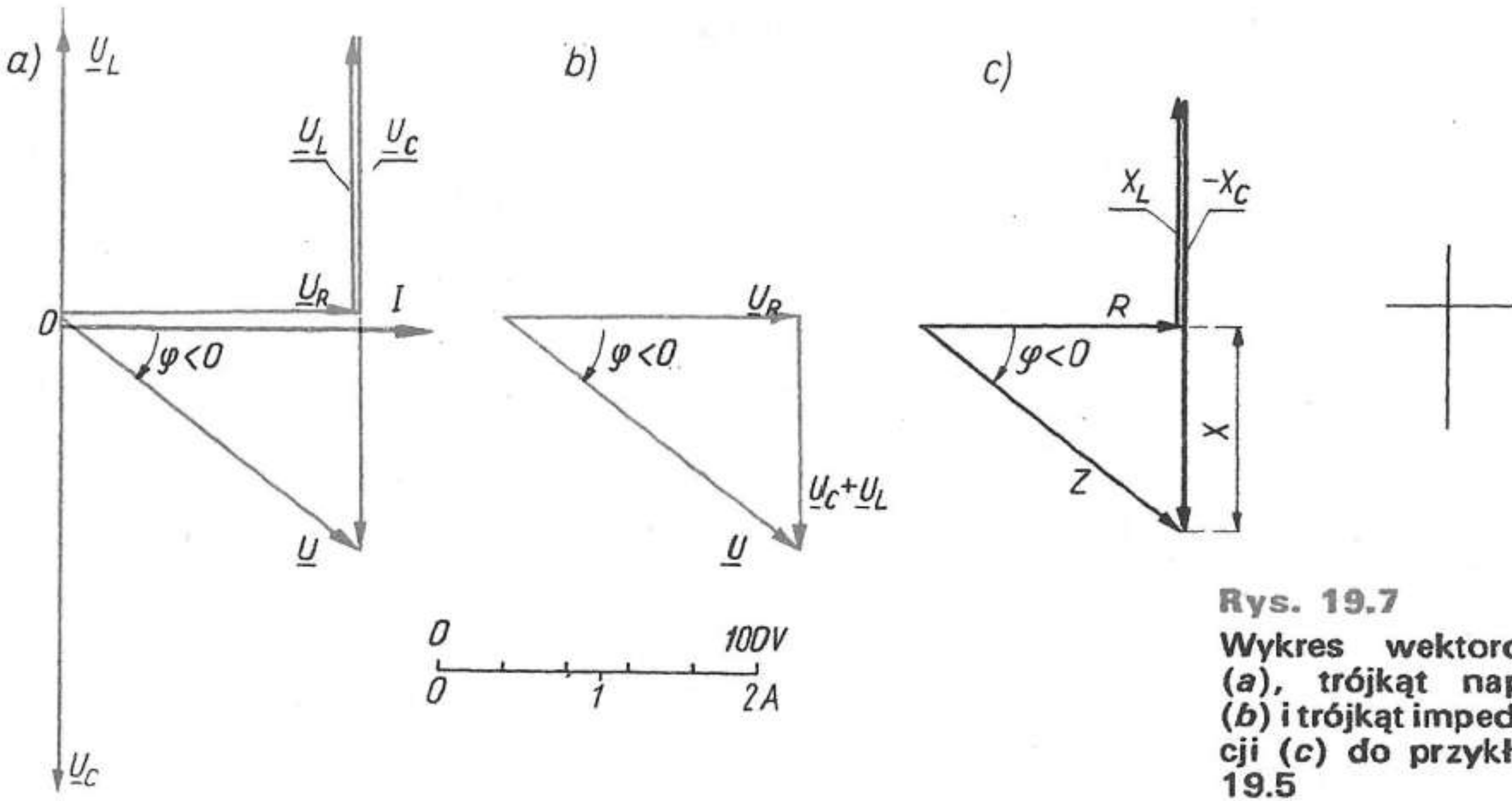
$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} > 0$$

$$\sin\varphi = \frac{X}{Z} = \frac{X_L - X_C}{Z} > 0$$

II. Reaktancja wypadkowa ujemna: $X < 0$ lub $X_L < X_C$

To oznacza, że przeważa reaktancja pojemnościowa, czyli że napięcie mierzone na kondensatorze jest przy danej wartości prądu i danej częstotliwości większe niż napięcie na cewce.

Wykres wektorowy i trójkąt impedancji przy $X_L < X_C$ pokazano na rys. 19.7*a,b,c*. Gałąź szeregowa *RLC* ma przy przeważa-



Rys. 19.7
Wykres wektorowy (*a*), trójkąt napięć (*b*) i trójkąt impedancji (*c*) do przykładu 19.5

jącej reaktancji pojemnościowej charakter rezystancyjno-pojemnościowy. Kąt φ jest ujemny, przy czym

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} > 0 \qquad \text{jest zawsze dodatni, ale}$$

$$\sin\varphi = \frac{X}{Z} < 0$$

III. Reaktancja wypadkowa $X = 0$, tzn. że $X_L = X_C$.

Przykład 19.4

Układ szeregowy elementów o danych $R = 40\ \Omega$; $L = 0{,}28$ H; $C = 79{,}6\ \mu F$ włączono na napięcie sinusoidalne o wartości skutecznej $U = 125$ V i częstotliwości $f = 50$ Hz. Obliczyć prąd i przesunięcie fazowe między prądem a napięciem.

Rozwiązanie

Pulsacja $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314\ s^{-1}$

Reaktancje $X_L = \omega L = 314 \cdot 0{,}28 = 88\ \Omega$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 79{,}6 \cdot 10^{-6}} = 40\ \Omega$$

$$X = X_L - X_C = 48\ \Omega$$

Impedancja $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{40^2 + 48^2} = 62{,}4\ \Omega$

Prąd $I = \frac{U}{Z} = \frac{125}{62{,}4} \approx 2{,}0\ \text{A}$

Przesunięcie fazowe $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{40}{62{,}4} = 0{,}64 > 0$

$$\sin\varphi = \frac{X}{Z} = \frac{48}{62{,}4} = 0{,}77 > 0$$

Kąt φ odczytamy z tablic dla $\sin\varphi = 0{,}77$ lub zmierzony kątomierzem $\varphi = 50°$.

Wykres wektorowy na rys. 19.6b odpowiada danym z przykładu 19.4.

Wartości napięć: $U_R = RI = 80$ V; $U_L = X_L I = 176$ V; $U_C = X_C I = 80$ V.

Przykład 19.5

Gałąź szeregową *RLC* z przykładu 19.4 włączono na napięcie sinusoidalne $U = 125$ V, o częstotliwości $f = 25$ Hz. Obliczyć prąd i przesunięcie fazowe.

Rozwiązanie

Pulsacja $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 25 = 157 \text{ s}^{-1}$
Reaktancje $X_L = 157 \cdot 0{,}28 = 44\ \Omega$

$$X_C = \frac{1}{157 \cdot 79{,}6 \cdot 10^{-6}} = 80\ \Omega$$

$$X = X_L - X_C = -36\ \Omega$$

Impedancja $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{40^2 + (-36)^2} = 53{,}9\ \Omega$

Prąd $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{125}{53{,}9} = 2{,}32$ A

Przesunięcie fazowe $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{40}{53{,}9} = 0{,}74$

$$\sin\varphi = \frac{X}{Z} = \frac{-36}{53{,}9} = -0{,}67$$

Obliczymy wartości napięć: $U_R = 92{,}8$ V; $U_L = X_L I = 102{,}1$ V; $U_C = X_C I = 185{,}6$ V i sporządzamy wykres wektorowy napięć przyjmując wektor $\underline{U}_R$ w osi poziomej (rys. 19.7) zgodnie z $\underline{I}$.

Kąt φ mierzony kątomierzem od wektora $\underline{I}$ do wektora $\underline{U}$ wynosi $\varphi = -43°$. Można go też odczytać z tablic dla danej wartości $\sin \varphi = -0{,}67$. Jak widać, przy zmniejszeniu częstotliwości charakter gałęzi zmienił się z indukcyjnego na pojemnościowy.